

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ**  
**ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«Тюменский индустриальный университет»**  
**Институт геологии и нефтегазодобычи**

Кафедра кибернетических систем

## **АНАЛИЗ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ (ПОГРЕШНОСТИ) ИЗМЕРЕНИЙ В ИИС**

методические рекомендации для лабораторных работ  
по дисциплинам «Измерительные информационные системы» и  
«Обеспечение систем измерений» для обучающихся направления  
15.03.04-Автоматизация технологических процессов и производств  
всех форм обучения

Составитель  
*Лапик Наталья Владиславовна,*  
*старший преподаватель*

Тюмень  
ТИУ  
2016

Лапик Н.В. Анализ неопределённости (погрешности) измерений. Методические рекомендации для лабораторных работ [Текст]. Тюменский индустриальный университет – 1-е изд.– Тюмень: Издательский центр БИК ТИУ 2016. 24 с.

Ответственный редактор: доцент, к.т.н. В.В. Козлов

Методические рекомендации рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании кафедры Кибернетических систем «18 » октября 2016 года, протокол № 3.

### **Аннотация**

Методические рекомендации к лабораторной работе по дисциплинам «Измерительные информационные системы» и «Обеспечение систем измерений» предназначены для обучающихся по направлению 15.03.04-Автоматизация технологических процессов и производств всех форм обучения. Данная дисциплина изучается в одном семестре.

Приведены основные теоретические сведения о вычислениях неопределенности, направленные на приобретение навыков расчета на практике. Предложены варианты индивидуальных заданий для выполнения работы.

## Содержание

Введение	4
Назначение методических указаний	4
Требования к знаниям и умениям обучающихся	4
1 Основные положения	5
1.1 Точность методов и результатов измерений	5
1.2 Погрешность и неопределенность результата измерений	8
1.3.Рекомендации по применению Руководства в метрологии	10
1.4 Процедура вычисления неопределенности	11
1.5 Сравнительный анализ двух подходов к выражению точности измерений	12
2 Пример выполнения работы	16
3 Задание для выполнения работы	20
4 Отчетность и требования по оформлению работы	21
5 Контрольные вопросы	21
6 Критерии оценки работы обучающихся	22
Список использованных источников	22

## Введение

Изучение курса «Измерительные информационные системы» позволит обучающемуся получить навыки в области проектирования автоматизированных систем, определения метрологических характеристик средств измерений, использования основных методов построения математических моделей процессов измерений, элементов и систем управления.

Результаты изучения курса используются в дальнейшем при изучении дисциплин «Автоматизация технологических процессов и производств», «Технические измерения и приборы», «Микропроцессорная техника».

### Назначение методических указаний

Лабораторная работа посвящена освоению методики вычисления неопределенности и приобретению навыков его применения на практике.

### Требования к знаниям и умениям обучающихся

В результате выполнения лабораторной работы обучающиеся должны:

**знать:**

- методы определения метрологических характеристик средств измерений, метрологическое обеспечение информационно-измерительных систем;

**уметь:**

- применять компьютерные технологии для планирования и проведения работ по метрологии, стандартизации и сертификации;

**владеть:**

- навыками использования основных приемов обработки информации;
- навыками применения современного математического инструментария для решения профессиональных задач;
- навыками обработки экспериментальных данных и оценки точности (неопределенности) измерений, испытаний и достоверности контроля.

**Цель работы:** Основной целью работы является освоение процедуры вычисления неопределенности и приобретение навыков его применения на практике; изучение принципов совместного использования понятий «погрешность измерения» и «неопределенность измерения».

## 1 Основные положения

### 1.1 Точность методов и результатов измерений

Терминология и требования к точности методов и результатов измерений регламентированы в комплексе из шести государственных стандартов РФ - ГОСТ Р ИСО 5725 под общим заголовком «Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений», введенных в действие в 2002 г. Стандарты ГОСТ Р ИСО являются переводом с английского языка международных стандартов ИСО 5725:1994. Рассматривая далее положения стандарта, будем использовать условный общий термин - Стандарт 5725.

Слово «метод» в Стандарте 5725 охватывает и собственно метод измерений и методику их выполнения и должно трактоваться в том или ином смысле (или в обоих смыслах) в зависимости от контекста [5].

Появление Стандарта 5725 вызвано возрастанием роли рыночных стимулов к качественному выполнению измерений и является ответом на такие острые вопросы, как: что такое качество измерений и как его измерять; можно ли определить, насколько при измерении той или иной величины один метод (методика) совершеннее другого или одна испытательная организация лучше другой; в какой степени следует доверять измеренным и зафиксированным значениями и т.п. [5].

В отечественной метрологии погрешность результатов измерений, как правило, определяется сравнением результата измерений с истинным или действительным значением измеряемой величины.

*Истинное значение* - значение, которое идеальным образом характеризует в качественном и количественном отношении соответствующую величину.

*Действительное значение* - значение величины, полученное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него.

В условиях отсутствия необходимых эталонов, обеспечивающих воспроизведение, хранение и передачу соответствующих значений величин, необходимых для определения погрешности (точности) результатов измерений.

В отечественной и международной практике за действительное значение зачастую принимают математическое ожидание заданной совокупности результатов измерений, выражаемое в отдельных случаях в условных единицах. Эта ситуация и отражена в термине «принятое опорное значение» и рекомендуется для использования в отечественной практике.

Понятие принятого опорного значения является более универсальным, чем понятие «действительное значение». Оно определяется

не только как условно истинное значение измеряемой величины через теоретические константы и (или) эталоны, но и (в их отсутствии) как ее среднее значение по большому числу предварительно выполненных измерений в представительном множестве лабораторий. Таким образом, принятым опорным значением может быть, как эталонное, так и среднее значение измеряемой характеристики [5].

*Точность* — степень близости результата измерений к принятому опорному значению.

В рамках обеспечения единства измерений вводится термин «*правильность*» - степень близости к принятому опорному значению среднего значения серии результатов измерений. Показателем правильности обычно является *значение систематической погрешности*.

Прежде термин «точность» распространялся лишь на одну составляющую, именуемую теперь *правильностью*. Однако стало очевидным, что он выражает суммарное отклонение результата от эталонного (опорного) значения, вызванное как случайными, так и систематическими причинами.

*Прецизионность* — степень близости друг к другу независимых результатов измерений, полученных в конкретных регламентированных условиях. Независимые результаты измерений (или испытаний) — результаты, полученные способом, на который не оказывает влияние никакой предшествующий результат, полученный при испытаниях того же самого или подобного объекта.

Необходимость рассмотрения «прецизионности» возникает из-за того, что измерения, выполняемые на предположительно идентичных материалах при предположительно идентичных обстоятельствах, не дают, как правило, идентичных результатов. Это объясняется неизбежными случайными погрешностями, присущими каждой измерительной процедуре, а факторы, оказывающие влияние на результат измерения, не поддаются полному контролю.

Прецизионность зависит только от случайных погрешностей и не имеет отношения к истинному или установленному значению измеряемой величины. Меру прецизионности обычно выражают в терминах неточности и вычисляют как стандартное отклонение результатов измерений. Меньшая прецизионность соответствует большему стандартному отклонению. Количественные значения мер прецизионности существенно зависят от регламентированных условий. Крайними случаями таких условий являются условия повторяемости и условия воспроизводимости.

*Повторяемость* — прецизионность в условиях повторяемости. В отечественных НД (нормативных документах) наряду с термином «повторяемость» используют термин «сходимость».

*Условия повторяемости (сходимости)* — условия, при которых независимые результаты измерений (или испытаний) получаются одним и

тем же методом на идентичных объектах испытаний, в одной и той же лаборатории, одним и тем же оператором, с использованием одного и того же оборудования, в пределах короткого промежутка времени. В качестве мер повторяемости (а также воспроизводимости) в Стандарте 5725 используются стандартные отклонения.

*Стандартное (среднеквадратическое) отклонение повторяемости (сходимости)* - это стандартное (среднеквадратическое) отклонение результатов измерений (или испытаний), полученных в условиях повторяемости (сходимости). Эта норма является мерой рассеяния результатов измерений в условиях повторяемости.

В Стандарте 5725 для крайних условий измерений введены показатели свойств повторяемости и воспроизводимости пределов.

*Предел повторяемости (сходимости)* — значение, которое с доверительной вероятностью 95% не превышает абсолютной величиной разности между результатами двух измерений (или испытаний), полученными в условиях повторяемости (сходимости).

*Воспроизводимость* — прецизионность в условиях воспроизводимости. *Условия воспроизводимости* — это условия, при которых результаты измерений (или испытаний) получают одним и тем же методом, на идентичных объектах испытаний, в разных лабораториях, разными операторами, с использованием различного оборудования.

*Стандартные (среднеквадратические) отклонения воспроизводимости* — стандартные (среднеквадратические) отклонения результатов измерений (испытаний), полученных в условиях воспроизводимости. Эта норма является мерой рассеяния результатов измерений (или испытаний) в условиях воспроизводимости.

*Предел воспроизводимости* — значение, которое с доверительной вероятностью 95% не превышает абсолютной величиной разности между результатами измерений (или испытаний), полученными в условиях воспроизводимости.

Для практики измерений важен термин «выброс». *Выброс* — элемент совокупности значений, который несовместим с остальными элементами данной совокупности.

В Стандарте 5725 установлены правила представления в стандартах на методы испытаний стандартных отклонений повторяемости и воспроизводимости, пределов повторяемости и воспроизводимости, систематической погрешности метода. Значение систематической погрешности всегда представляется вместе с описанием принятого опорного значения, относительно которого оно определялось. Значения стандартных отклонений повторяемости и воспроизводимости представляются с указанием условий эксперимента, в результате которого они были получены (число участвующих лабораторий, контролируемые значения измеряемой величины в диапазоне измерения метода, наличие

выбросов в данных отдельных лабораторий).

В соответствии с утвержденным Порядком введения в действие описываемого ГОСТ Р его положения вводятся в действие при разработке новых и (или) пересмотре действующих методик выполнения измерений (МВИ).

Требования стандарта 5725 и порядка его введения в действие начинают включать в ряд проектов ГОСТ Р на методы испытаний [5]. Укажем для примера на проекты ГОСТ Р: «Драгоценные металлы и их сплавы. Общие требования к методам анализа»; «Платина. Метод атомно-эмиссионного анализа с индуктивной связанной плазмой». Последний стандарт распространяется на метод определения в платине содержания примесей (алюминия, висмута, железа, золота, иридия и пр.). В нем даны нормы по показателям точности метода (с вероятностью  $P = 0,95$ ): по пределу абсолютной погрешности ( $\pm\Delta$ ); стандартному отклонению повторяемости ( $S_g$ ); пределу повторяемости ( $g$ ); пределу воспроизводимости ( $\Lambda$ ).

## 1.2 Погрешность и неопределенность результата измерений

После того, как все предполагаемые составляющие погрешности результата измерений рассчитаны и в него внесены соответствующие поправки, все еще остается сомнение в том, что результат измерений близок к истинному значению измеряемой величины. На протяжении многих лет (а в Российской Федерации — и по настоящее время) количественной мерой этого сомнения служило понятие «погрешность измерений» как универсальная характеристика качества измерений, позволяющая полностью охарактеризовать результат измерений и возможности его практического применения [12].

В соответствии с таким представлением точности измерений их погрешности принято делить на две основные составляющие (не считая промахов): систематическую и случайную. При этом применение еще и различных прилагательных (суммарная, полная, субъективная, статическая, частная и т. д.), употребляемых для оценки некоторых факторов, влияющих на результат измерений, еще более уводит определение погрешности от первоначального смысла этого термина.

Как известно, суть процесса измерений — сравнение измеряемой величины с мерой. При этом в практической метрологии используют два приема оценки качества измерений [12]:

- прямое сравнение измеряемой величины с мерой (т.е. с условно истинным, или действительным, значением), воспроизводимой с помощью эталона или стандартного образца;
- расчет, основанный на априорном знании некоторых характеристик метода, исследуемого объекта, средств и условий измерений.

Кроме того, математические (вероятностные) модели погрешностей,

формирование доверительных границ (интервалов) и значения доверительных вероятностей в разных странах отличались друг от друга, что в основном и приводило к определенным трудностям при сопоставлении результатов измерений. Поэтому методы описания погрешности измерений в последнее время перестали по многим причинам удовлетворять ряду требований, предъявляемых к решаемым в теоретической метрологии задачам [12]. Для устранения этих сложностей в 1993 г. под эгидой семи международных организаций: МБМВ, МЭК, ИСО, МОЗМ, Международного союза по чистой и прикладной физике, Международного союза по чистой и прикладной химии и Международной федерации клинической химии разработано «Руководство по выражению неопределенности измерения», содержащее новую концепцию описания результатов измерений - *концепцию неопределенности*. На основе «Руководства по выражению неопределенности измерения» (далее Руководство) Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации СНГ принял РМГ 43-2001 «ГСИ. Применение Руководства по выражению неопределенности измерений».

Особенностями Руководства является:

- во-первых, отказ, по возможности, при изложении от использования понятий «погрешность» и «истинное значение измеряемой величины» в пользу понятий «неопределенность» и «оцененное значение измеряемой величины»;

- во-вторых, переход от деления (классификации) погрешностей по природе их проявления на «случайные» и «систематические» к другому делению — по способу оценивания неопределенностей измерений (по типу *A* — методами математической статистики, и по типу *B* — другими методами).

Руководство устанавливает правила выражения и оценивания неопределенности измерения для использования службами технического регулирования, метрологии, стандартизации, калибровки и аккредитации лабораторий. Основные положения Руководства сведены к следующему.

Понятие «неопределенность измерения» введено для описания качества результатов измерений. В Руководстве неопределенность представлена фактически в двух смыслах: в широком-как сомнение относительно достоверности результата измерения, в узком-как количественная мера этого сомнения. При этом декларируются еще и такие положения:

- отказ от использования таких понятий, как истинное и действительное значения изменяемой величины, погрешность, относительная погрешность, точность измерения, случайная и систематическая погрешности;

- введение в теоретической метрологии термина «неопределенность» - параметра, связанного с результатом измерения и характеризующего

дисперсию значений, которые можно обоснованно приписать измеряемой величине;

– разделение составляющих неопределенности на два типа А и В.

Следует отметить, что в определенном смысле, Руководство приобрело статус неформального международного стандарта, по крайней мере, в области международных сличений эталонов.

*Принципы* Руководства должны быть использованы в широком спектре измерений, включая те, которые требуются для:

– поддержания контроля качества и обеспечения качества в процессе производства;

– согласованности и усиления законов и регулирующих актов;

– проведения фундаментальных и прикладных исследований и разработок в науке и технике;

– эталонов и приборов для калибровки и проведения испытаний по всей национальной системе измерений для обеспечения единства измерений и связи с национальными эталонами;

– проведения поверочных и калибровочных работ, выполнения измерений при проведении испытаний в масштабах всей национальной системы измерений, а также обеспечения единства измерений;

– разработки, поддержания и сличения международных и национальных эталонов единиц физических величин, включая стандартные образцы состава и свойств веществ и материалов.

Целями Руководства являются:

– обеспечение полной информации о том, как составлять отчеты о неопределенностях измерений;

– предоставление основы для международного сопоставления результатов измерений;

– предоставление универсального метода для выражения и оценивания неопределенности измерений, применимого ко всем видам измерений и типам данных, которые используют при практических измерениях.

### **1.3 Рекомендации по применению Руководства в метрологии**

*Неопределенность измерения* отражает тот факт, что для данного измерения имеется не единственное, а бесконечное число значений, рассеянных вокруг результата, который *может быть обоснованно приписан* измеряемой величине.

Числовые оценки неопределенности:

– **стандартная неопределенность**  $u_c$  характеризует дисперсию значений, которые *можно обосновано приписать* измеряемой величине;

$$u_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}} \quad (1.1)$$

– **расширенная неопределенность  $U_P$ :**

$$U_P = k u_c, \quad (1.2)$$

где  $k$  – коэффициент *охвата*, определяющий интервал значений, которые с достаточным основанием *можно приписать* измеряемой величине.

*Категории неопределенности:*

**A**–составляющие неопределенности, которые оцениваются статистическими методами;

**B**– составляющие, которые оцениваются другими способами.

#### 1.4 Процедура вычисления неопределенности

Основа – «Руководство по выражению неопределенности измерений» (Международный комитет мер и весов, Международная организация по законодательной метрологии, Международная организация по стандартизации, Международная электротехническая комиссия и др.)

- 1) введение поправок на известные систематические эффекты;
- 2) вычисление среднего арифметического каждой входной величины:

$$\tilde{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad (1.3)$$

- 3) вычисление значения измеряемой величины:

$$\tilde{X} = f(\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_m) - \Delta_{мет} \quad (1.4)$$

- 4) вычисление неопределенности по типу **A**:

– стандартные неопределенности входных величин

$$u_{Ai} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n(n-1)}} \quad (1.5)$$

– суммарная стандартная неопределенность по типу **A**:

$$u_A = \sqrt{\sum_1^m \left[ \frac{\partial f}{\partial X_i} u_{Ai} \right]^2} \quad (1.6)$$

- 5) вычисление неопределенности по типу **B**:

– стандартная неопределенность каждой входной величины

$$u_{Bi} = \frac{b_i}{k\sqrt{3}} \quad (1.7)$$

где  $b$ – граница отклонения измеряемой величины;

$k=1,1$  при доверительной вероятности  $P_\delta=0,95$ ;

– суммарная стандартная неопределенность по типу **B**:

$$u_B = \sqrt{\sum_1^m \left[ \frac{\partial f}{\partial X_i} u_{Bi} \right]^2} \quad (1.8)$$

- 6) вычисление суммарной стандартной неопределённости

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (1.9)$$

- 7) вычисление расширенной неопределённости

$$U_p = k u_c \quad (1.10)$$

$$k = t_p(v_e);$$

$$v_e = u_c^4 / \left( \sum_1^m \frac{\left( \frac{\partial f}{\partial X_i} u_{Ai} \right)^4}{n-1} \right) \quad (1.11)$$

- 8) форма представления результата измерения:

$$X = \tilde{X} \pm U_p, u_c, k, v_e \quad (1.12)$$

- 9) интерпретация полученных результатов: интервал  $(\tilde{X} - U_p, \tilde{X} + U_p)$  содержит долю, равную  $P\delta$ , распределения значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине

## 1.5 Сравнительный анализ двух подходов к выражению точности измерений

1) Целью измерения является получение оценки истинного значения измеряемой величины, Понятие погрешности измерений, как разности между результатом измерений и истинным (действительным) значением измеряемой величины, используется для описания точности измерений в отечественных НД. Говоря об оценивании погрешности, в отечественной метрологической практике подразумевают оценивание ее характеристик [11] в следующей последовательности (рисунок 1).



Рисунок 1.1 –Последовательность оценки характеристики погрешности

2) В *Руководстве* для выражения точности измерений вводят понятие неопределенности измерений. Неопределенность измерений понимают, как неполное знание значения измеряемой величины и для количественного выражения этой неполноты вводят распределение вероятностей возможных (обоснованно приписанных) значений измеряемой величины. Таким образом, параметр этого распределения (также называемый - неопределенность) количественно характеризует точность результата измерений.

3) Сходными для обоих подходов являются последовательности действий при оценивании характеристик погрешности и вычислении

неопределенности измерений:

- анализ уравнения измерений;
- выявление всех источников погрешности (неопределенности) измерений и их количественное оценивание;
- введение поправок на систематические погрешности (эффекты), которые можно исключить.

4) Методы вычисления неопределенности, также, как и методы оценивания характеристик погрешности, заимствованы из математической статистики, однако при этом используются различные интерпретации закона распределения вероятностей случайной величины. Кроме изложенных в *Руководстве* и отечественных НД на практике используют и другие методы вычисления неопределенности и оценивания характеристик погрешности.

Возможны различия между оценками характеристик погрешности (в соответствии с отечественными НД) и неопределенностями (в соответствии с *Руководством*).

Различие двух подходов проявляется также в практике неопределенности и характеристик погрешности, основанной на разных интерпретациях вероятности: частотной и субъективной. В частности, доверительные границы погрешности (отложенные от результата измерений) накрывают истинное значение измеряемой величины с заданной доверительной вероятностью (частотная интерпретация вероятности). В то же время аналогичный интервал ( $y - U_p$ ,  $y + U_p$ ) трактуется в *Руководстве* как интервал, содержащий заданную долю распределения значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине (субъективная интерпретация вероятности).

5) В общем случае не существует однозначного соответствия между случайными погрешностями и неопределенностями, вычисленными по типу **A** (а также не исключёнными систематическими погрешностями и неопределенностями, вычисленными по типу **B**). Деление на систематические и случайные погрешности обусловлено природой их возникновения и проявления в ходе измерительного эксперимента, а деление на неопределенности, вычисляемые по типу **A** и по типу **B** - методами их расчета.

Вместе с тем можно (с осторожностью) отметить, что ряд используемых в действующей нормативно-технической документации характеристик погрешности по существу не отличаются от показателей неопределенности — это те же средние квадратические (стандартные) отклонения и доверительные границы (интервалы), но описанные другими словами. Имеющиеся различия связаны с терминологией, некоторыми особенностями расчета и т. д.

б) Некоторое методологическое различие имеется в подходе к определению коэффициента охвата, соответствующего коэффициенту  $k$  ( $k$  -

коэффициент зависимости отдельных НСП от выбранной доверительной вероятности  $P_d$  при их равномерном распределении), который традиционно используют в отечественной нормативной документации для определения общей границы не исключенной систематической погрешности, незначительно сказывается на результатах оценивания характеристик погрешности (неопределенности) измерения в практических задачах.

7) Переход к неопределенности вносит единообразие и четкий порядок в проблему описания и представления качества измерений.

8) Результаты сравнительного анализа процедур оценивания характеристик погрешности и вычисления неопределенности измерений приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Процедура оценивания характеристик погрешности результата измерений

Характеристика	Выражение		
Погрешность	$\psi = y - y_{ист}, \quad y = y_{ист} + \psi$		
Модель погрешности	$\psi$ – случайная величина с плотностью распределения вероятностей $P(x; M, \sigma^2, \dots)$ , $M$ – математическое ожидание, $\sigma^2$ – дисперсия		
Характеристики погрешностей	$S$ – СКО	$\Theta$ – граница неисключенной систематической погрешности	$\Delta_p$ – доверительные границы
Исходные данные для оценивания характеристик погрешности	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Модель объекта исследования.</li> <li>2. Экспериментальные данные <math>x_{iq}; q=1, \dots, n_{ij}; i=1, \dots, m</math>.</li> <li>3. Информация о законах распределения.</li> <li>4. Сведения об источниках погрешностей, их природе и о характеристиках составляющих <math>S(x_i)</math> и <math>\Theta_i</math>, структурная модель погрешности.</li> <li>5. Стандартные справочные данные и др. справочные материалы.</li> </ol>		
Методы оценивания характеристик: 1. Случайных погрешностей	$S(x_{il}) = \sqrt{\frac{1}{n_i-1} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_l)^2};$ $S(\bar{x}_l) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i-1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_l)^2};$ $S^2 = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 S^2(\bar{x}_l);$ $\Delta_p = t_p(f_{эфф})S.$		
2. Не исключенных систематических погрешностей	$\theta(p) = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \theta_i^2};$ $\Delta_p = \frac{t_p(f_{эфф})S + \theta(p)}{S + \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \frac{\theta_i^2}{3}}} \sqrt{S^2 + \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \frac{\theta_i^2}{3}}},$ <p>где <math>k=1,1</math> при <math>P=0,95</math>; <math>k=1</math> при <math>P=0,99</math>; <math>m&gt;4</math>;</p>		
3. Суммарной погрешности	$S = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 S^2(\bar{x}_l)};$		

Продолжение таблицы 1

Характеристика	Выражение	
Форма представления характеристик погрешности	$\theta(p), S, n$	$\Delta_p$
Интерпретация полученных результатов	Интервал $(-\Delta_p, \Delta_p)$ с вероятностью $p$ содержит погрешность измерений, что равносильно тому, что интервал $(y - \Delta_p, y + \Delta_p)$ с вероятностью $p$ содержит истинное значение измеряемой величины	

Таблица 2

Процедура вычисления неопределённости измерений

Характеристика	Выражение		
Модель неопределенности (представление знания о значении измеряемой величины)	$\mu$ – случайная величина с плотностью распределения вероятностей $p(x; y; u^2, \dots)$ $y$ – математическое ожидание, $u^2$ – дисперсия		
Неопределенность (количественная мера)	Стандартная $U$	Суммарная $u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2}$	Расширенная $U_c = k u_c$
Исходные данные для вычисления неопределённости	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Модель объекта исследования.</li> <li>2. Экспериментальные данные <math>x_{iq}; q=1, \dots, n; i=1, \dots, m</math>.</li> <li>3. Информация о законах распределения.</li> <li>4. Сведения об источниках погрешностей, их природе и характеристиках составляющих <math>S(x_i), \Theta_i</math>, структурная модель погрешности.</li> </ol> Стандартные справочные данные и др. справочные материалы		
Методы вычисления неопределенности:			
1) по типу А	$u_{A,i} = \sqrt{\frac{\sum_q^n (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}}; u_A(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_q^n (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n(n_i - 1)}}$		
2) по типу В	$u_B(x_i) = \frac{b_i}{3}$		
3) расширенной неопределённости	$\Delta_p = t_p(\vartheta_{эфф})u_c$ $\vartheta_{эфф} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{[\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)]^4}{\vartheta_i}}$		
	$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^m [\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)]^2}$ ; $U_{0,95}=2u_c; U_{0,99}=3u_c$ – для нормального распределения; $U_{0,95}=1.65u_c; U_{0,99}=1.71u_c$ – для равномерного распределения;		
Представление неопределенности	$u_c, U_p, k, u_i, v_i$		
Интерпретация полученных результатов	Интервал $(y - U_p, y + U_p)$ содержит большую долю ( $p$ ) распределения значений, которые могли бы быть обосновано приписаны измеряемой величине.		

Не предполагается, что Руководство однозначно и быстро заменит действующие национальные стандарты. Однако нормативные документы практически не используют понятия «неопределенность измерения» и

ориентированы на устоявшийся подход, основанный на понятиях «погрешность» и «характеристики погрешности». Отметим стандарты на общие требования к средствам измерений, на методы поверки, методики выполнения измерений,

Процесс интеграции Российской Федерации в международное сообщество требует гармонизации отечественных стандартов, в том числе в области метрологии и сертификации продукции, для устранения барьеров в торговом, промышленном и научном обмене и сотрудничестве. Поэтому при разработке новых редакций нормативных документов Российской Федерации должны быть учтены рекомендации Руководства.

Областями, в которых использование Руководства обязательно, в настоящий момент являются измерения, проводимые в процессе международных сличений исходных национальных эталонов, и оказание калибровочных услуг зарубежным организациям. Ряд рекомендаций *по выражению неопределенности в измерении* вошли в нормативные документы метрологических органов Российской Федерации такие, как ГОСТ 8.563-96 и ГОСТ Р 8.000-2000 [1,12].

## 2 Пример выполнения работы

**Задание.** Измерение силы электрического тока с помощью вольтметра и токового шунта. В результате измерений напряжения при температуре  $t=(23.0\pm 0.05)^\circ\text{C}$  получают ряд значений  $V_i$  в милливольтмах,  $i=0, \dots, n$ ;  $n=10$ : 100,68; 100,83; 100,79; 100,64; 100,63; 100,94; 100,60; 100,68; 100,76; 100,65.

Значения сопротивления шунта установлено при его калибровке для  $I=10\text{A}$  и  $t=23.00^\circ\text{C}$  и равно  $R_0=0,010088\text{ Ом}$ .

**Решение:**

1) Нахождение результата измерения:

Уравнение измерений:

$$I = f(V, R) = V/R,$$

где  $I$  - сила тока,  $V$ - напряжение,  $R$  – сопротивление шунта.

– На основе полученных значений вычисляют среднее напряжение по формуле:

$$\bar{V} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i.$$
$$\bar{V} = 100.72 \text{ мВ.}$$

– Результат измерения силы тока получают по формулам таблицы 1:

$$I = \frac{V}{R_0} = 9.984 \text{ А.}$$

2) Анализ источников погрешности результатов измерений.

2.1) СКО  $\bar{V}$ , характеризующее случайную составляющую погрешности при измерениях напряжения, вычисляют по формуле:

$$S(\bar{V}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2}{n(n-1)}}$$

$$S(\bar{V}) = 3.4 \cdot 10^{-2} \text{ мВ.}$$

$$\tilde{S}(\bar{V}) = S(\bar{V}) * 100\% / \bar{V} = 0,034\%.$$

*Примечание:* Здесь и далее по тексту знак тильды над буквой, обозначающей характеристику погрешности (неопределенности) означает, что данная характеристика приведена в относительном виде.

2.2) Границы неисключенной систематической погрешности вольтметра определены при его калибровке в виде следующего выражения (в выражениях для границ погрешности при разных значениях отклонений от нуля будем опускать  $\pm$ ).

$$\theta_V = 3 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.02 ; \text{ мВ.}$$

Тогда при  $V = \bar{V}$  получают:

$$\theta_V = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ мВ,}$$

$$\tilde{\theta}_V = \frac{\theta_V}{V} * 100\%.$$

$$\tilde{\theta}_V = 0,05\%.$$

2.3) Границы неисключенной систематической погрешности значения сопротивления шунта, определенные при его калибровке, равны:

$$\tilde{\theta}_R = 0,07\%.$$

Тогда при  $R = R_0$  получают:

$$\theta_R = 7 \cdot 10^{-4} \cdot R_0 = 7.1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом.}$$

2.4) Границы неисключенной систематической составляющей погрешности значения шунта, обусловленной погрешностью измерений температуры, находят по формуле, определяющей зависимость сопротивления от температуры:

$$R = R_0 [1 + \alpha(t - t_0)],$$

где  $R_0$  - значение сопротивления при  $t = t_0$  ( $t_0 = 23,00^\circ\text{C}$ );

$$R_0 = 0.010088 \text{ Ом;}$$

$\alpha$  - температурный коэффициент ( $\alpha = 6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ).

В случае, когда границы погрешности измерения температуры равны  $\Delta t$ , границы соответствующей составляющей погрешности значения сопротивления равны:

$$\theta_{R,t} = \alpha \cdot \Delta t \cdot R.$$

Таким образом, при  $\Delta t = 0,05^\circ\text{C}$  получают

$$\theta_{R,t} = 3,0 \cdot 10^{-9} \text{ Ом,}$$

В дальнейшем эту составляющую (ввиду ее малости по сравнению с другими составляющими) можно не учитывать.

3) Вычисления характеристик погрешности результата измерений.

3.1) Делают предположение о равномерном законе распределения

не исключенных систематических составляющих погрешности результата измерений внутри границ  $\theta_V$  и  $\theta_R$ . Тогда СКО суммарной неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений силы тока определяют по формуле:

$$S_\theta = \sqrt{\left[\frac{\partial f}{\partial V}\right]^2 \frac{\theta_V^2}{3} + \left[\frac{\partial f}{\partial R}\right]^2 \frac{\theta_R^2}{3}}$$

где  $\frac{\partial f}{\partial V} = \frac{1}{R}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial R} = -\frac{V}{R^2}$  - коэффициенты влияния. Таким образом получают:

$$S_\theta = \sqrt{\left[\frac{1}{R_0}\right]^2 \cdot \frac{\theta_V^2}{3} + \left[\frac{\bar{V}}{R_0^2}\right]^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}} = 5.0 \cdot 10^{-3} A,$$

$$S_\theta^\% = \frac{S_\theta}{I} * 100 = 0.05\%.$$

3.2) Доверительные границы суммарной неисключенной систематической составляющей погрешности результата измерений силы тока при доверительной вероятности  $p=0,95$  оценивают по формуле:

$$\theta(0,95) = 1,1 \sqrt{\left[\frac{1}{R_0}\right]^2 \theta_V^2 + \left[\frac{\bar{V}}{R_0^2}\right]^2 \theta_R^2} = 9.5 \cdot 10^{-3} A,$$

$$\theta_{0,95}^\% = 0.095\%$$

3.3) СКО суммарной погрешности результата измерений силы тока вычисляют по формуле:

$$S = \frac{\partial f}{\partial V} \cdot S(\bar{V}) = 3.4 \cdot 10^{-3} A,$$

$$S^\% = 0.034\%.$$

3.4) СКО суммарной погрешности результата измерений силы тока вычисляют по формуле:

$$S_\Sigma = \sqrt{S^2 + S_\theta^2} = 6.0 \cdot 10^{-3} A,$$

$$S_\Sigma^\% = 0.06\%.$$

3.5) Доверительные границы погрешности результата измерений силы тока при  $p=0,95$  и числе эффективных степеней свободы  $f_{эфф} = n - 1$  вычисляют по формуле:

$$\Delta_{p=0,95} = \frac{t_{0,95}(f_{эфф} = 9)S + \theta(0,95)}{S + S_\theta} S_\Sigma = 0.012 A,$$

$$\Delta_{0,95}^\% = 0.12\%.$$

4) Вычисление неопределенностей измерений.

4.1) По типу А вычисляют стандартную неопределенность, обусловленную источниками неопределенности, имеющим случайный характер.

а) Стандартную неопределённость напряжения, обусловленную источниками неопределённости, имеющими случайный характер, определяют по формуле:

$$u_A(V) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} (V_i - \bar{V})^2}{n(n-1)}}$$

$$u_A(V) = 3.4 \cdot 10^{-2} \text{ мВ}; \quad u_A^{\%}(V) = 0.034\%.$$

б) Стандартную неопределённость силы тока, обусловленную источниками неопределённости, имеющими случайный характер, определяют по формуле:

$$u_A = \frac{\partial f}{\partial V} \cdot u_A(V) = 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad u_A^{\%} = 0.034\%.$$

4.2) По типу В вычисляют стандартные неопределенности, обусловленные источниками неопределенности, имеющими систематический характер. Закон распределения величин внутри границ считают равномерным.

а) Границы систематического смещения при измерениях напряжения, определенные при калибровке вольтметра, равны  $(3,4 \cdot 10^{-4} \cdot V + 0.02) \text{ мВ}$ . Тогда соответствующую стандартную неопределённость вычисляют по формуле:

$$u_{B,V} = \frac{3,4 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{V} + 0.02}{\sqrt{3}} = 3.1 \cdot 10^{-2} \text{ мВ}, \quad u_{B,V}^{\%} = 0.031\%.$$

б) Границы, внутри которых лежит значение сопротивления шунта, определены при калибровке шунта и равны  $7 \cdot 10^{-4} \cdot R$ . Тогда при  $R = R_0$  соответствующую стандартную неопределённость вычисляют по формуле:

$$u_{B,R} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot R_0}{\sqrt{3}} = 4.0 \cdot 10^{-6} \text{ мВ}, \quad u_{B,R}^{\%} = 0.04\%.$$

в) Границы изменения сопротивления шунта, обусловленного изменением температуры, равны  $\alpha \cdot \Delta t \cdot R$ . Тогда при  $R = R_0$  соответствующую стандартную неопределённость вычисляют по формуле:

$$u_{B,t} = \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot R_0}{\sqrt{3}} = 1.7 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}, \quad u_{B,t}^{\%} = 1.7 \cdot 10^{-9}\%.$$

В дальнейшем эту составляющую (ввиду ее малости по сравнению с другими составляющими) можно не учитывать.

г) Суммарную стандартную неопределенность, вычисленную по типу В, определяют по формуле:

$$u_B = \sqrt{\left[\frac{\partial f}{\partial V}\right]^2 u_{B,V}^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial R}\right]^2 u_{B,R}^2} = 5.0 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad u_B^{\%} = 0.050\%$$

4.3) Суммарную стандартную неопределенность вычисляют по формуле:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 6.0 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad u_c^{\%} = 0.06\%$$

4.4) Эффективное число степеней свободы:

$$\vartheta_{\text{эфф}} = \frac{u_c^4}{\frac{(u_A)^4}{n-1} + \frac{(u_{B,V})^4}{\infty} + \frac{(u_{B,R})^4}{\infty}} = 87;$$

4.5) Коэффициент охвата получают по формуле:

$$k = t_{0,95} \left( \frac{\vartheta_{\text{эфф}}}{100} \right) = 1.99.$$

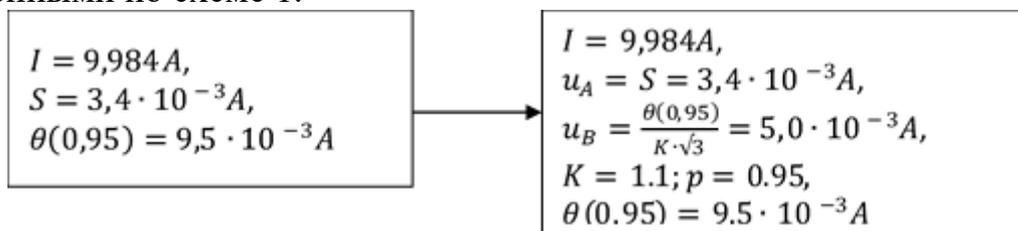
4.6) Расширенную неопределенность определяют следующим образом:

$$U_{0,95} = ku_c = 0.012 \text{ A}; \quad U_{0,95}^{\%} = 0.12\%$$

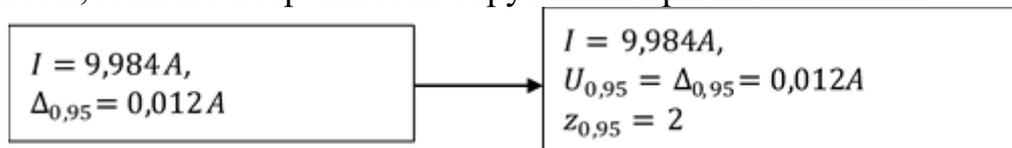
9) Переход от характеристик погрешности к неопределенности измерений.

6.1 Используя оценки характеристик погрешности, полученные в п.п.3 и 4 данного примера, можно продемонстрировать получение оценок неопределенности в соответствии с п. 4.4 настоящей рекомендации.

В данном примере неопределенности измерений, вычисленные в п.5 данного примера в соответствии с Руководством, совпадают с их оценками, полученными по схеме 1.



В данном примере разность неопределенностей измерений вычисленных в п.5 в соответствии с Руководством, и их оценок, полученных по схеме 2, меньше погрешности округления при вычислениях.



### 3 Задание для выполнения работы

Решить задачу «Измерение силы электрического тока с помощью вольтметра и токового шунта». По исходным данным (таблица 3) в соответствии с вышеизложенной методикой:

- а) Найти результат измерений.
- б) Провести анализ источников погрешности результата измерений.
- в) Вычислить характеристики погрешности результата измерений.
- г) Вычислить стандартную неопределенность измерений.
  - по типу  $A$ , обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер.
  - по типу  $B$ , обусловленные источниками неопределенности, имеющим систематический характер. Закон распределения величин внутри границ считают равномерным.
- д) Определить суммарную стандартную неопределенность,

- эффективное число степеней свободы и коэффициент охвата.
- е) Построить схемы перехода от характеристик погрешности к неопределенности измерений.

Таблица 3

Исходные данные для расчета

Вариант	Ряд значений $V_i$ в милливольтгах									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	100,68	100,65	100,79	100,64	100,63	100,85	100,60	100,68	100,81	100,6
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,010688$ Ом									
2	101,64	101,56	101,78	101,62	101,73	101,60	101,94	101,68	101,73	101,7
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,010908$ Ом									
3	120,68	120,65	120,97	120,84	120,63	120,94	120,61	120,88	120,83	120,9
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,013508$ Ом									
4	99,61	99,75	99,73	99,66	99,65	99,95	99,90	99,64	99,85	99,8
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,014488$ Ом									
5	103,78	103,95	103,74	103,78	103,60	103,80	103,62	103,66	103,84	103,7
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,011188$ Ом									
6	98,79	98,63	98,76	98,68	98,65	98,75	98,90	98,90	98,84	98,8
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,012088$ Ом									
7	102,80	102,77	102,75	102,69	102,69	102,82	102,70	102,73	102,88	102,6
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,013688$ Ом									
8	110,68	110,75	110,89	110,69	110,73	110,80	110,66	110,62	110,85	110,8
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,014088$ Ом									
9	100,75	100,76	100,81	100,84	100,73	100,80	100,67	100,69	100,80	100,4
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,015098$ Ом									
10	99,75	99,69	99,69	99,68	99,60	99,81	99,73	99,75	99,77	99,8
	При его калибровке для $I=10A$ и $t=(23,0\pm 0,05)^\circ C$ , $R_0=0,011788$ Ом									

#### 4 Отчетность и требования по оформлению работы

Отчет по работе выполняется в ученической тетради, с соблюдением требований к расчетам (представление формул в общем виде с расшифровкой входящих величин и подстановка значений с указанием единиц измерений).

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- название лабораторной работы;
- цель работы;
- исходные данные для расчета;
- результаты расчетов;
- структурную схему измерительного канала;
- выводы по работе.

#### 5 Контрольные вопросы для самопроверки

1. Что понимается под определением «метод» в ГОСТ 5725 и как оно согласуется с ФЗ-102 «Об обеспечении единства измерений»?
2. Что нового внесено в понятие «точность» по ГОСТ 5725?

3. Охарактеризуйте понятия повторяемости и воспроизводимости.
4. Какие показатели свойств повторяемости и воспроизводимости введены для крайних условий измерений?
5. По каким причинам методы описания погрешности измерений в последнее время перестали удовлетворять ряду требований, предъявляемых к решаемым в теоретической метрологии задачам?
6. К чему сведены основные положения Руководства?
7. Каковы числовые оценки неопределенности?
8. Что понимается под категориями неопределенности?
9. Каковы процедуры вычисления неопределенностей по типу А и по типу В?
10. В чем сходство и различие двух подходов к выражению точности?
11. Каков основной вывод из практики применения двух подходов к выражению точности измерений?

## **6 Критерии оценки работы обучающихся**

Оценка работы студентов включает в себя следующие этапы:

№	Виды работы	Баллы
1	Изучение теоретических сведений	
2	Выполнение работы (проведение вычислений) и оформление отчета по работе	0-3
3	Защита работы по контрольным вопросам	0-4
	Итого	0-7

## **Список использованных источников**

1. ГОСТ Р 8.000-2000. ГСИ. Основные положения.
2. ГОСТ Р ИСО 5725-1-2002. Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. Ч.1. Основные положения и определения.
3. ГОСТ Р. 8.563 -96. ГСИ. Методики выполнения измерений.
4. ГОСТ 8.207 -76. ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения.
5. Лифиц, И.М. Стандартизация, метрология и подтверждение соответствия: учебник / И.М. Лифиц. - 9-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт; Высшее образование, 2009. – 315 с. – (Основы наук).
6. РМГ 43-2001 «ГСИ. Применение Руководства по выражению неопределенности измерений».
7. РМГ 91-2009 ГСИ. Совместное использование понятий «погрешность измерений» и «неопределенность измерений». Общие принципы.

8. МИ 3281-2010 ГСИ. Оценка результатов измерений – Пояснения к «Руководству по выражению неопределенности измерений».

9. МИ 1317 - 2004. ГСИ. Результаты измерений и характеристики погрешностей измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.

10. Походун А.И. Экспериментальные методы исследований. Погрешности и неопределенности измерений. Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. 112 с.

11. Очир-Горяев, В. П. Точность и неопределенность измерений: метод. рекомендации / В. П. Очир-Горяев. – Ухта: УГТУ, 2011. – 29 с.

Учебное издание

**АНАЛИЗ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ (ПОГРЕШНОСТИ)  
ИЗМЕРЕНИЙ В ИИС**

Методические рекомендации для лабораторных работ

Составители  
ЛАПИК Наталья Владиславовна

Ответственный редактор: доцент, к.т.н. В.В. Козлов

*В авторской редакции*

Подписано в печать . Формат 60x90 1/16. Усл. печ. л. .  
Тираж экз. Заказ № .

Библиотечно-издательский комплекс  
федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Тюменский индустриальный университет».  
625000, Тюмень, ул. Володарского, 38.

Типография библиотечно-издательского комплекса.  
625039, Тюмень, ул. Киевская, 52